

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

- 1) Utilizando Simulink, realimentar el bloque entregado con este guion (que simula el comportamiento del sistema real) con diferentes ganancias, hasta obtener aquella que permite obtener la KCR y la TCR del controlador PID (de acuerdo con el método descrito en la sección 2.1). La entrada escalón elegida debe ser tal que evite que la señal de control a la entrada del bloque de la planta se salga del rango válido ($\pm 12V$).

Comenzamos aplicando una ganancia y realimentando unitariamente el esquema proporcionado por la práctica y buscamos una respuesta oscilante constante que varía entre 2 valores también constantes.

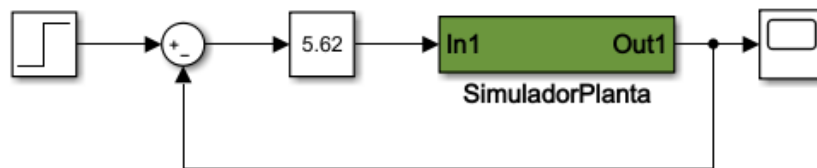


Figura 1: Apartado1Practica5B.slx

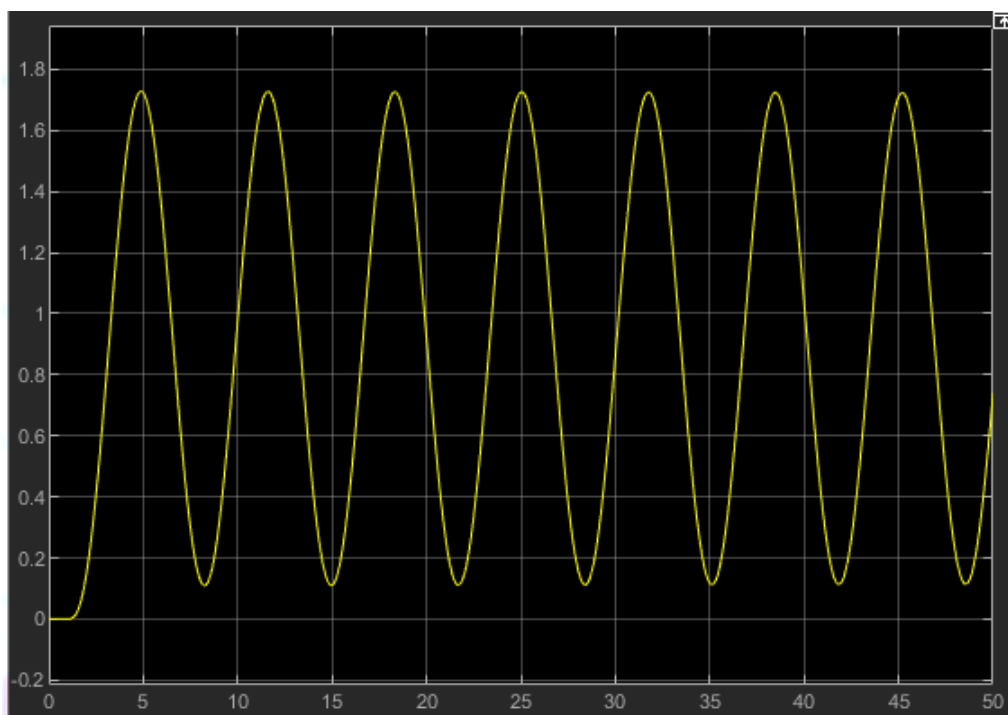


Figura 2: Salida del sistema (de la Figura 1) constante y amplitud varía entre dos valores constantes a lo largo del tiempo.

El comportamiento obtenido de la Figura 2, se produce cuando la ganancia del sistema es 5.62 y a partir de la salida, podemos obtener el valor del periodo cuando la señal es estable para poder calcular las constantes de los controladores.

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

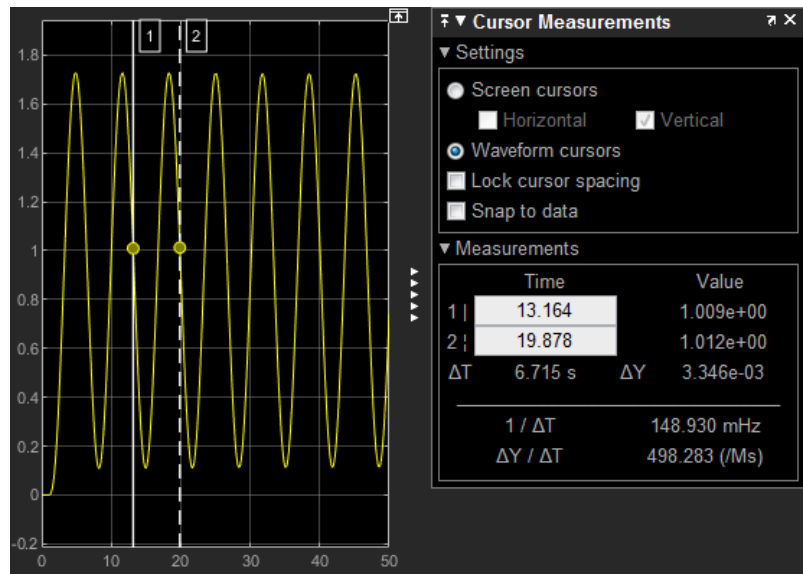


Figura 3: Obtener periodo de la Figura 2.

$$T_c = \text{Tiempo}_{\text{Final}} - \text{Tiempo}_{\text{Inicial}} = 19.878 - 13.164 = 6.714 \text{ s}$$

- 2) Con los valores obtenidos para KCR y TCR, obtener las constantes de un controlador P, PI y PID.

Ahora procedemos a rellenar la tabla usando el valor de la ganancia y periodo calculado anteriormente.

	K_p	T_i	T_d
P	2.81		
PI	2.529	5.3712	
PID	3.372	3.357	0.8393

Tabla 1: Valores calculados con la ganancia y el periodo.

	K_p	K_i	K_d
P	2.81		
PI	2.529	0.4708	
PID	3.372	1.0045	2.83

Tabla 2: Constantes de los controladores.

- 3) Sustituir en el modelo Simulink la ganancia del primer paso por la versión discreta de los controladores diseñados y observar la respuesta del sistema en lazo cerrado utilizando Simulink sobre la PlantaSimulada.

Creamos un archivo simulink nuevo y realizamos los esquemas discretos con cada controlador (Controlador P, PI y PID).

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

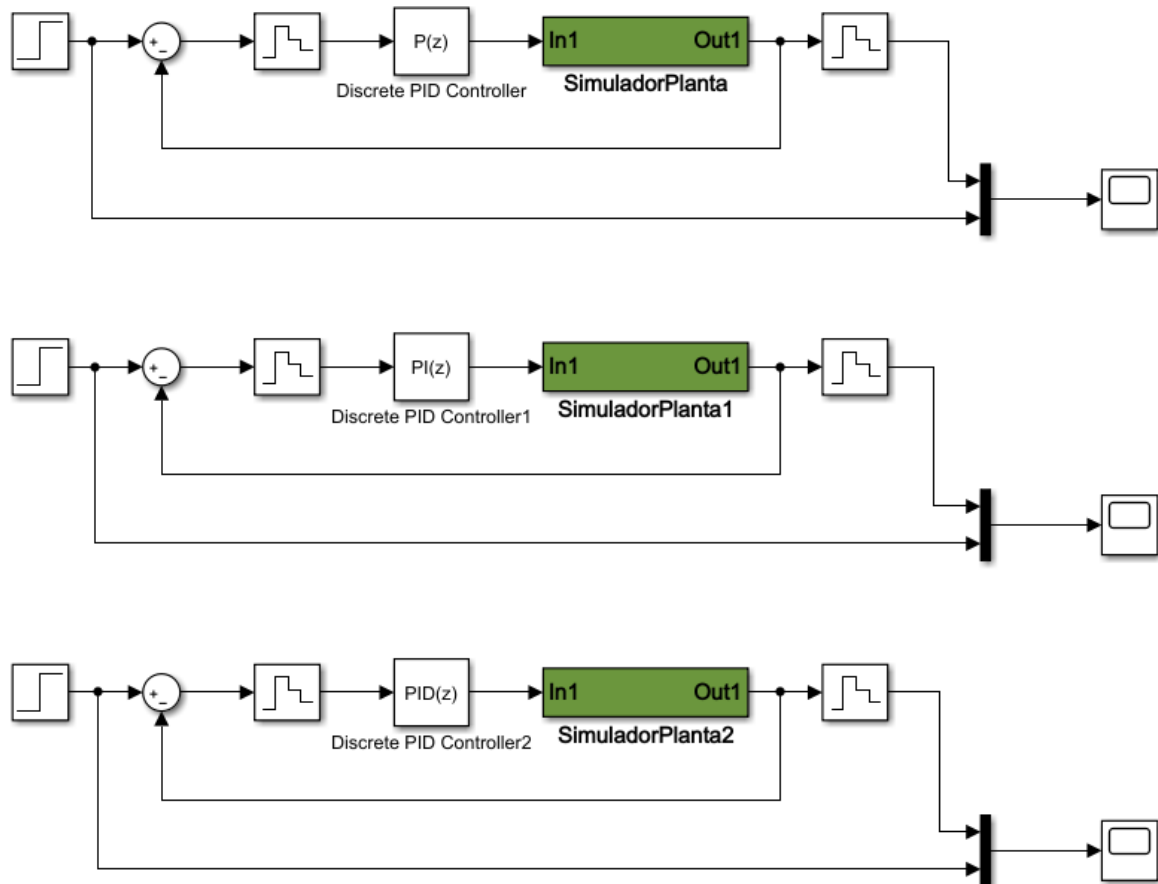


Figura 4: Apartado3Practica5B,slx

El siguiente paso es introducir las constantes de la Tabla 2 en cada uno de los controladores siendo K_p la constante proporcional, K_i la constante integral y K_d la constante derivativa dentro de los bloques PID del esquema de la Figura 4. No hay que olvidar indicar en cada bloque (bloques Discrete PID Controller y bloques Zero-Order Hold) el periodo de muestreo, que en nuestro caso es 0.01

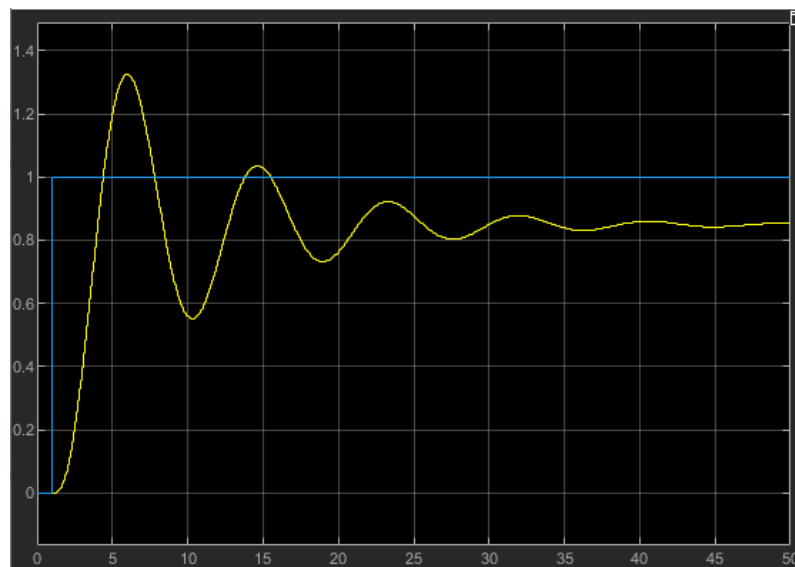


Figura 5: Sistema discreto con controlador P.

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

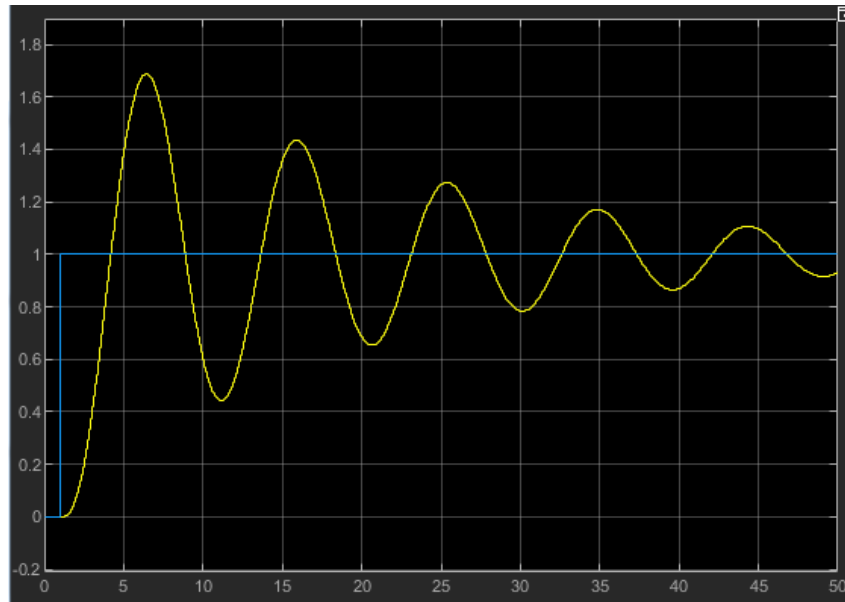


Figura 6: Sistema discreto con controlador PI.

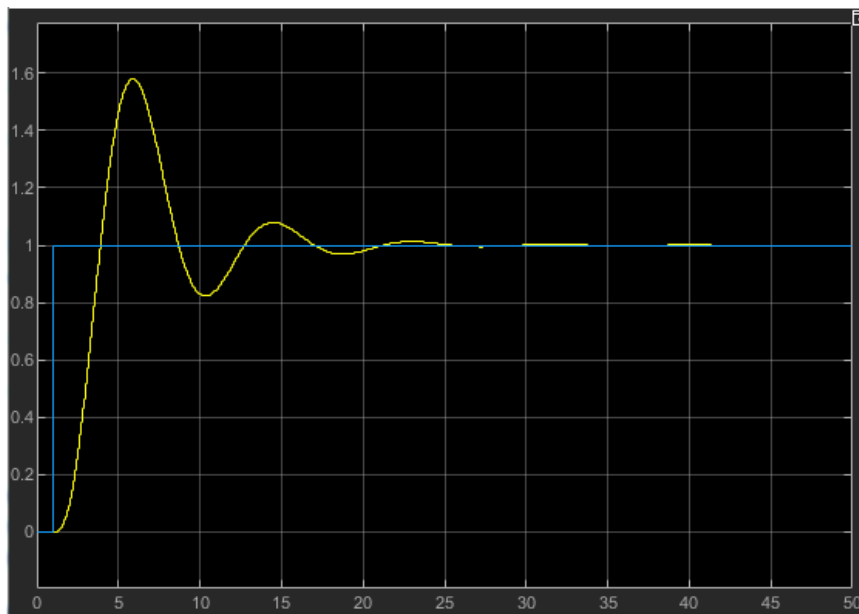


Figura 7: Sistema discreto con controlador PID.

- 4) Optimizará los parámetros del controlador PID, intentando minimizar el tiempo de asentamiento y limitar la sobre-elongación a los dos tercios del valor que se obtiene con los parámetros del PID del método de Ziegler - Nichols.

Empezamos analizando la señal de salida con las constantes del PID de la *Tabla 2*.

$$\left\{ \begin{array}{l} M_P = \frac{\text{ValorPico} - \text{ValorEstacionario}}{\text{ValorEstacionario}} = \frac{1.576 - 1}{1} = 0.576 = 57.6 \% \\ t_s \approx 20 \text{ s} \end{array} \right.$$

Para obtener un valor de sobre-elongación aproximadamente 2/3 del valor original con las constantes del PID de la Tabla 2, simplemente aumentamos la

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

constante derivativa implicando una disminución general de la amplitud del sistema. Se realiza en *Apartado4Practica5B.slx*

El valor de sobre-elongacion ha de ser 2/3 de la sobre-elongacion original, y gracias a dicho valor, podemos obtener el valor de pico que cumple la condición:

$$M_{P2} = \frac{2}{3} M_P = \frac{2}{3} 0.576 = 0.384$$

$$M_{P2} = \frac{\text{ValorPico2} - \text{ValorEstacionario}}{\text{ValorEstacionario}} \rightarrow 0.384 = \frac{\text{ValorPico2} - 1}{1} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0.384 = \text{ValorPico2} - 1 \rightarrow \mathbf{\text{ValorPico2} = 1.384}$$

Colocamos una línea cursor con un valor horizontal igual a 1.384 y aumentamos el valor de Kd hasta que el valor de pico cumpla la condición de la línea cursor.

	K _p	K _i	K _d
PID Apartado 4	3.372	1.0045	4.70455

Tabla 3: Constantes del controlador PID

Por otro lado, el valor de tiempo de asentamiento ha disminuido hasta un valor igual a:

$$t_{s2} = 0.98 \text{ s}$$

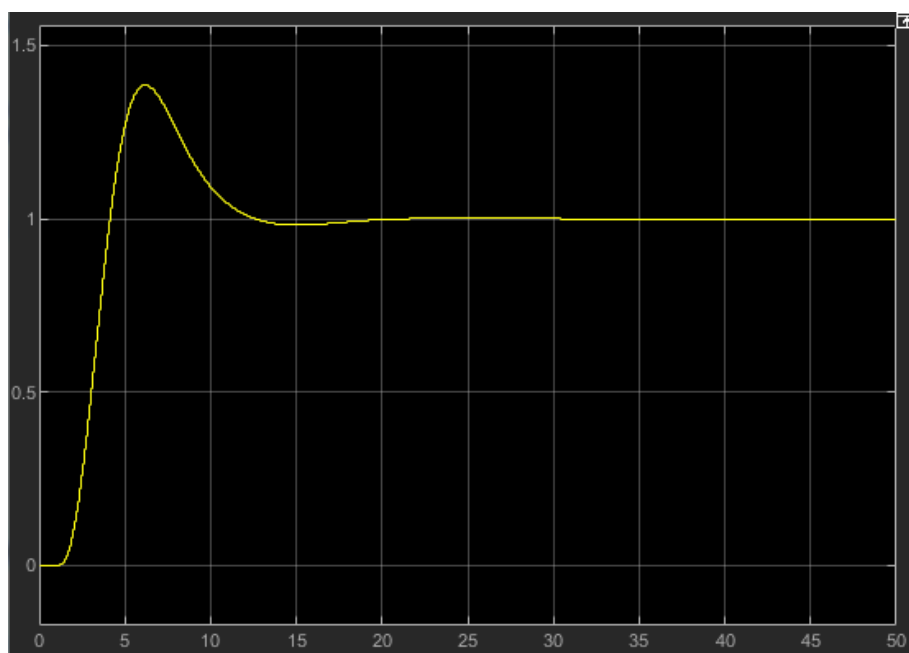


Figura 8: Sistema discreto con controlador PID con condiciones de tiempo de asentamiento menor al original y sobre-elongación igual a 2/3 del original (Original Figura 7 y apartado anterior).

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

- 5) Discretizará los tres controladores propuestos (P, PI, PID) mediante un ZOH con el periodo de 0.01 segundos, y comprobará su funcionamiento sobre la planta simulada.

Esta parte la he realizado en el Apartado 3, es decir, he discretizado con un periodo igual a 0.01 segundos.

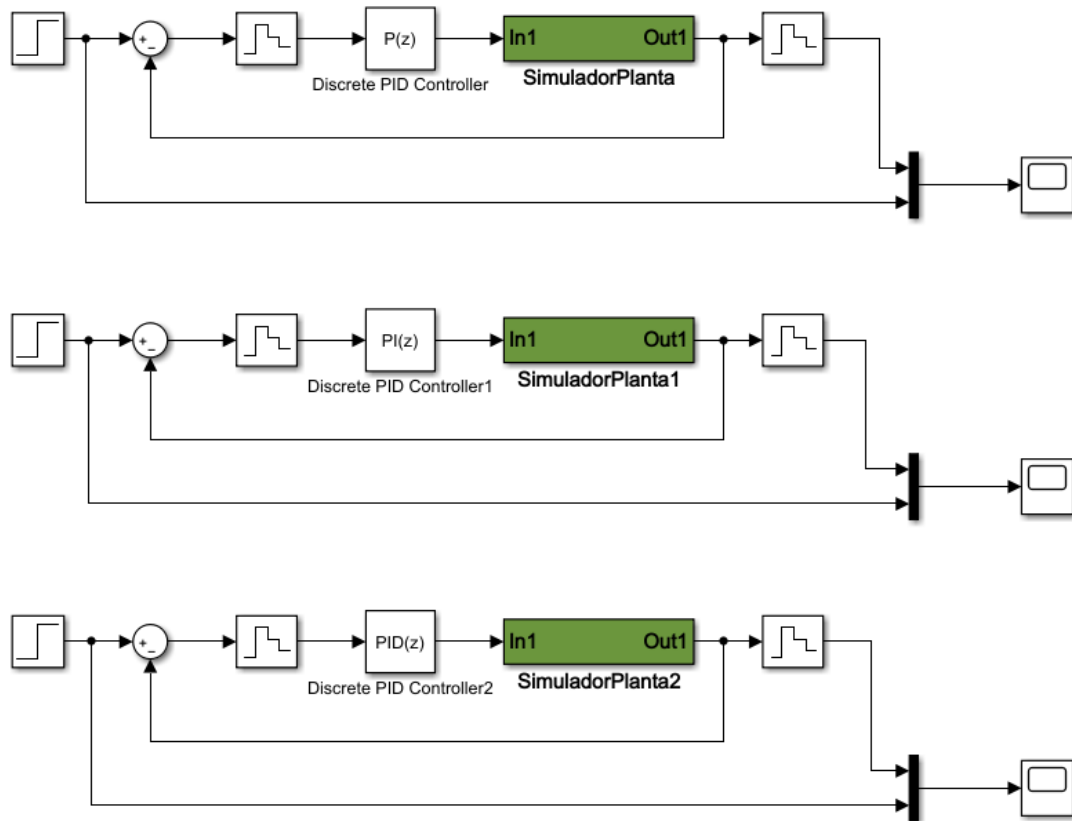


Figura 9: Apartado3Practica5B,slx

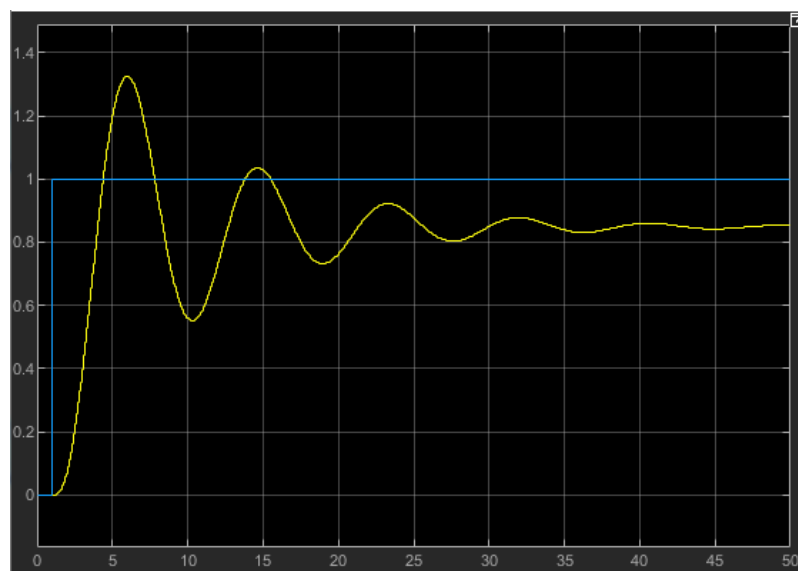


Figura 10: Sistema discreto con controlador P.

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

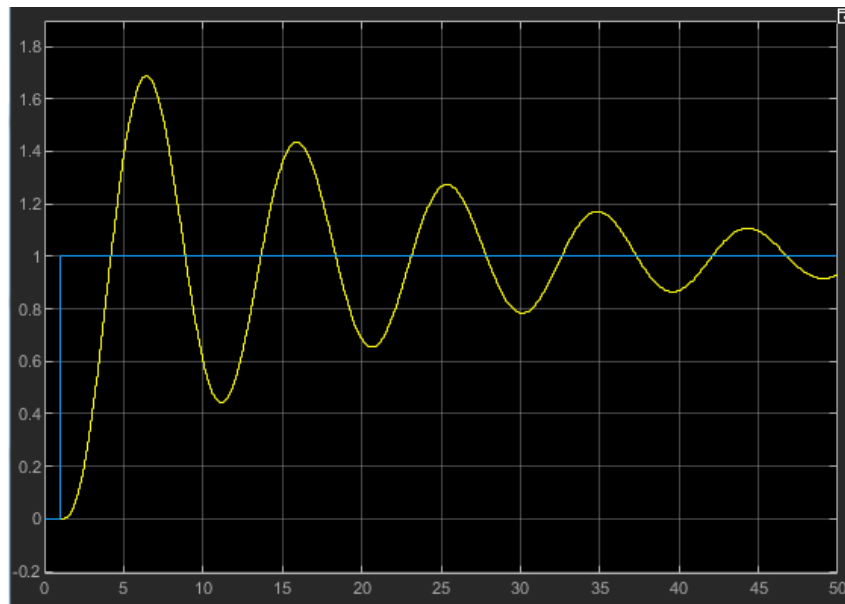


Figura 11: Sistema discreto con controlador PI.

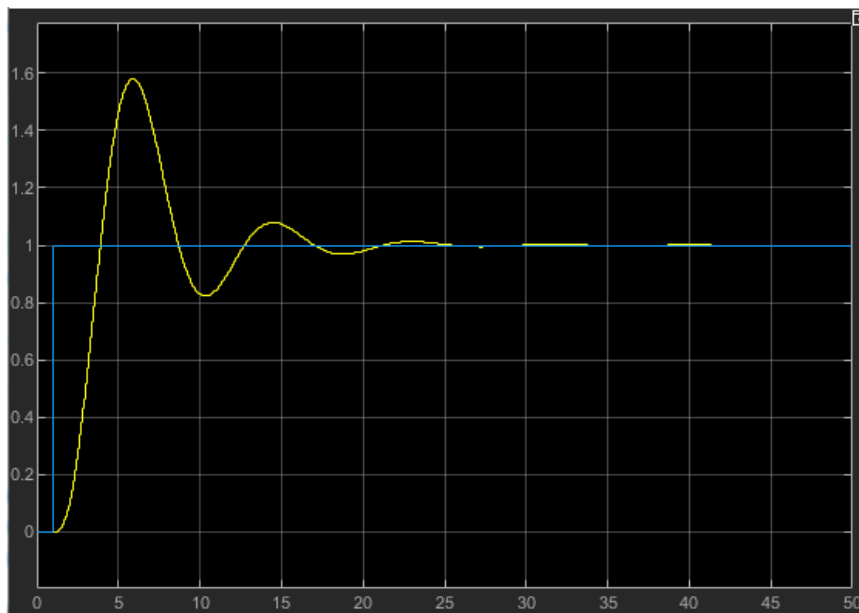


Figura 12: Sistema discreto con controlador PID.

- 6) Calculará los valores de las resistencias y condensadores requeridos para implementar los tres controladores continuos diseñados.

	K_p	K_i	K_d
P	2.81		
PI	2.529	0.4708	
PID	3.372	1.0045	2.83

Figura 13: Constantes de los controladores (Tabla 2 del Apartado 2).

Procedemos a obtener el valor de las resistencias a través de las formulas del cálculo de $G_c(s)$ con resistencias y cálculo de $G_c(s)$ con las constantes de los controladores.

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

- Controlador P

$$G_c(s) = K_P = \frac{R_4}{R_3} \rightarrow 2.81 = \frac{R_4}{R_3} \rightarrow R_4 = 2.81 * R_3$$

Como tenemos una ecuación con dos incógnitas, pues simplemente indicamos un valor específico según queramos.

$$R_3 = 1 \text{ M}\Omega$$

$$R_4 = 2.81 * R_3 = 2.81 \text{ M}\Omega$$

- Controlador PI

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{K_P s + K_i}{s} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_3 C_2 s} \rightarrow \frac{2.529s + 0.4708}{s} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_3 C_2 s} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{5.372s + 1}{2.124s} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_3 C_2 s} \end{aligned}$$

$$C_2 = 100 \text{ nF}$$

$$\left. \begin{aligned} R_2 C_2 &= 5.372 \\ R_3 C_2 &= 2.124 \end{aligned} \right\} = \begin{cases} R_2 = \frac{5.372}{C_2} = \frac{5.372}{10^{-7}} = 53.72 \text{ M}\Omega \\ R_3 = \frac{2.124}{C_2} = \frac{2.124}{10^{-7}} = 21.24 \text{ M}\Omega \end{cases}$$

- Controlador PID

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{K_d s^2 + K_P s + K_i}{s} = \frac{R_2 R_3 C_1 C_2 s^2 + (R_3 C_1 + R_2 C_2)s + 1}{R_3 C_2 s} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{2.83s^2 + 3.372s + 1.0045}{s} = \frac{R_2 R_3 C_1 C_2 s^2 + (R_3 C_1 + R_2 C_2)s + 1}{R_3 C_2 s} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{2.817s^2 + 3.357s + 1}{0.9955s} = \frac{R_2 R_3 C_1 C_2 s^2 + (R_3 C_1 + R_2 C_2)s + 1}{R_3 C_2 s} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} R_2 R_3 C_1 C_2 &= 2.817 \\ R_3 C_1 + R_2 C_2 &= 3.357 \\ R_3 C_2 &= 0.9955 \end{aligned} \right\}$$

Práctica 5B: Control de una planta real con controladores de la familia PID

$$R_3 C_2 = 0.9955 \rightarrow R_3 = \frac{0.9955}{C_2} = \frac{0.9955}{10^{-7}} = \mathbf{9.955\text{ M}\Omega}$$

$$R_2 R_3 C_1 C_2 = 2.817 \rightarrow R_2 = \frac{2.817}{R_3 C_1 C_2} = \mathbf{28.3\text{ M}\Omega}$$

$$R_3 C_1 + R_2 C_2 = 3.357 \rightarrow R_2 C_2 = 3.357 - R_3 C_1 \rightarrow R_2 = \frac{3.357 - R_3 C_1}{C_2} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_2 = \mathbf{23.61\text{ M}\Omega}$$

Obtengo 2 valores para la resistencia R2, y a la conclusión a la que llego es que podremos obtener un PID analógico aproximado al PID obtenido a través de *Simulink*.

Es un valor aproximado debido a que dependiendo del valor de R2, obtendremos un valor aproximado a los de la *Tabla 2* de las constantes Kd y Kp.